

AL-253

B. A. / B. Sc. (First Year) Examination, 2018-19

(For Regular Students)

MATHEMATICS

Paper : First

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्नों को निर्देशानुसार हल कीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के समक्ष दिया गया है।

*Note : Attempt question of all three sections as directed.
Distribution of marks is given against each section.*

खण्ड-'अ'

Section-'A'

5×1=5

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

AL-253

PTO

नोट : निम्नलिखित सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all five questions.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ की जाति है—

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 0

Rank of matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ is :

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 0

(ii) समीकरण $x + y + z = 6$, $x - y + z = 2$ तथा $2x + y - z = 1$ हल रखते हैं—

(a) $x = 1, y = 1, z = 1$

(b) $x = 1, y = 3, z = 2$

(c) $x = 2, y = 1, z = 3$

(d) $x = 1, y = 2, z = 3$

Equations $x + y + z = 6$, $x - y + z = 2$ and $2x + y - z = 1$ have solution :

(a) $x = 1, y = 1, z = 1$

(b) $x = 1, y = 3, z = 2$

(c) $x = 2, y = 1, z = 3$

(d) $x = 1, y = 2, z = 3$

(iii) समीकरण $x^3 + 3x^2 + 5x + 6 = 0$ के मूलों की कुल संख्या

है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

Total numbers of roots of the equation

$$x^3 + 3x^2 + 5x + 6 = 0$$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(iv) स्विचन फलन $F(x, y) = x + xy$ के लिए सरल फलन

है—

(a) y (b) xy (c) x (d) $x + y$

Simplified function for the switching function

$$F(x, y) = x + xy \text{ is :}$$

(a) y (b) xy (c) x (d) $x + y$

(v) $\frac{1}{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}$ का मान है—

(a) $\cos 5\theta - i\sin 5\theta$

(b) $\cos 4\theta + i\sin 4\theta$

(c) $\cos 5\theta + i\sin 5\theta$

(d) इनमें से कोई नहीं

Value of $\frac{1}{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}$ is :

(a) $\cos 5\theta - i\sin 5\theta$

(b) $\cos 4\theta + i\sin 4\theta$

(c) $\cos 5\theta + i\sin 5\theta$

(d) None of these

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

इकाई-1

Unit-1

2. सिद्ध कीजिए कि किसी आव्यूह के परिवर्त की जाति वही होती है जो स्वयं आव्यूह की है अर्थात्

$$\rho(A) = \rho(A')$$

Prove that the rank of the transpose of a matrix is the same as that of the original matrix i.e.

$$\rho(A) = \rho(A')$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि वर्गसम के आइडोन मान शून्य या इकाई होते हैं।

Prove that the eigen value of idempotent matrix are zero or one.

इकाई-II

Unit-II

3. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

अपने अभिलाक्षणिक समीकरण को संतुष्ट करता है। अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।

Show that the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

satisfies its characteristics equation. Also find A^{-1} .

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

Solve :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0$$

इकाई-III

Unit-III

4. समीकरण निर्मित कीजिए, जिसके मूल $-3, -1, 5/3$ हैं।

Form the equation whose roots are $-3, -1, 5/3$.

अथवा

Or

दिए गए समीकरणों के मूलों को ज्ञात कीजिए यदि वे समान्तर श्रेणी A.P. के हों—

$$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$$

Find the roots of the equation

$$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$$

if they are in A.P.

इकाई-IV

Unit-IV

5. निम्नलिखित कथन की सत्यता सारणी बनाइये—

$$(P \Rightarrow Q \wedge R) \vee (\sim P \wedge Q)$$

Construct the truth table of the following statement :

$$(P \Rightarrow Q \wedge R) \vee (\sim P \wedge Q)$$

अथवा

Or

इसलिये बूलियन बीजगणित B में $a, b \in B$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$a + b = b \Rightarrow a \cdot b = a$$

For any two elements a and b of a Boolean B prove that

$$a + b = b \Rightarrow a \cdot b = a$$

6. यदि $\tan(x+iy) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$x = \frac{1}{2} n\pi + \frac{1}{4} \pi$$

If $\tan(x+iy) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ then prove that

$$x = \frac{1}{2} n\pi + \frac{1}{4} \pi$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि

$$\tan\left(i \log \frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2ab}{a^2-b^2}$$

Prove that

$$\tan\left(i \log \frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2ab}{a^2-b^2}$$

marks.

इकाई-I

Unit-I

7. आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

और आव्यूह की जति ज्ञात कीजिए।

AL-253

PTO

TO

Reduce the matrix A into its normal form, where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

and find the rank of the matrix.

अथवा

Or

आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

के अभिलाक्षणिक मूलों को ज्ञात कीजिए तथा उससे संबंधित अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find all the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

इकाई-II

Unit-II

AL-253

8. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि यह A द्वारा संतुष्ट होता है और इसका प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।

Find the characteristic equation of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

and verify that it is satisfied by A and find A^{-1} .

अथवा

Or

ज्ञात कीजिए कि λ, μ के किन मानों के लिए समीकरणों—

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

का (i) कोई हल नहीं है (ii) एक अद्वितीय हल (iii) अनन्त हल होंगे।

Investigate for what values of λ, μ the equations :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

have (i) no solution (ii) a unique solution (iii) an infinity of solutions

इकाई-III

Unit-III

9. ज्ञात कीजिए कि समीकरण $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$ के एक से अधिक बहुलक मूल हैं। उन सभी मूलों को ज्ञात कीजिए।

Show that the root of equation $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$ is of multiplicity, determine them.

अथवा

Or

समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ को रूपान्तरित कीजिए, जिसमें द्वितीय पद न हो।

Transform the equation $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ into an equation lacking the second term.

इकाई-IV

Unit-IV

AL-253

10. निम्नलिखित तार्किक सम्यता का साक्ष्य कीजिए—

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Prove that following statement are logically equivalent :

$$P \vee (q \wedge r) \equiv (P \vee q) \wedge (P \vee r)$$

अथवा

Or

निम्न व्यंजक $(f + g)(f' + h)(g' + h)$ को सरल कीजिए।

Simplify the output expression $(f + g)(f' + h)(g' + h)$.

इकाई-V

Unit-V

11. $\log \cos \left\{ \left(\frac{\pi}{4} \right) + \theta \right\}$ को θ के गुणकों की कोणियों एवं

कोणियों की एक श्रेणी में प्रसार कीजिए।

Expand $\log \cos \left\{ \left(\frac{\pi}{4} \right) + \theta \right\}$ in a series of sines and cosines of multiples of θ .

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Prove that

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$