

Roll No.

**B.Sc. III- Year,
September - 2020
Subject - Mathematics**

M.M. 40+40+40=120

स्नातक परीक्षार्थियों हेतु आवश्यक निर्देश

- विषय के यदि दो प्रश्न-पत्र हैं, तब उस विषय का प्रश्न पत्र एक ही रहेगा। जिससे 'A' खण्ड प्रथम प्रश्न-पत्र का रहेगा और 'B' खण्ड द्वितीय प्रश्न पत्र का रहेगा एवं 'C' खण्ड तृतीय प्रश्न पत्र रहेगा। परीक्षार्थी को तीनों विषयों के प्रश्न-पत्र अलग-अलग कापी में लिखना होंगे। यदि तीन प्रश्न पत्र हैं तो तीन पृथक-पृथक उत्तरपुस्तिकायें लिखकर संग्रहण केन्द्र पर निर्धारित समय पर जमा करना होगी।
- परीक्षार्थी ए-4 साइज की उत्तरपुस्तिका का उपयोग करेगा। प्रत्येक उत्तरपुस्तिका पर छात्र अपना रोल नम्बर, विषय, प्रश्नपत्र, प्रश्नपत्र कोड, नामांकन एवं समय सारिणी के अनुसार दिनांक अनिवार्य रूप से अंकित करेगा। अन्यथा परीक्षा परिणाम बाधित होगा तो इसकी जबाबदारी परीक्षार्थी की होगी। उत्तरपुस्तिका के साथ प्रवेश-पत्र की छायाप्रति संलग्न करेगा।
- प्रश्न पत्र निबन्धात्मक प्रकार का रहेगा। जिसमें पाँच यूनिट से पाँच प्रश्न रहेंगे। एक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम शब्द सीमा 300 रहेगी।

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all questions. All question carry equal marks.

(2)

20663

Paper - I

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

खण्ड 'अ' (Section-A)

M.M. - 40

8X5=40

- प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का एक आधार होता है। सिद्ध करो :
There exists a basis for each finite dimensional vector space $V(F)$
Prove that.

अथवा / OR

माना कि $V(F)$ एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है जिसके W_1 तथा W_2 दो उपसमष्टि है तो $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$

If W_1, W_2 are two subspaces of a finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

- आव्यूह A से आइगेन मान और संगत आइगेन सदिशों का निर्धारण कीजिये तथा संगत आइगेन समष्टियों को भी लिखिये।
Determine the Eigen values and the corresponding vectors of the matrix A find also the corresponding Eigen spaces.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

दर्शाइये कि निम्न आव्यूह विकर्णीय है

Show that the following matrix is similar to a diagonal matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -6 & -4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & -6 & -3 \end{bmatrix}$$

(3)

3. कौशी स्वार्ज असमिका को लिखो और सिद्ध करो ?
State and prove Cauchy-Schwarz inequality.

अथवा / OR

ग्राम-शिमिट लाभिकता प्रक्रम को संख्यात्मक प्रश्नों में कैसे प्रयोग किया जाता है।

How to apply Gram-Schmidt orthogonalization process to Numerical problems.

4. न्यूटन-रैफसन विधि द्वारा $(12)^{1/3}$ का आकलन कीजिये।

Calculate the value of $(12)^{1/3}$ by Newton-Raphson method.

अथवा / OR

न्यूटन विभाजित अन्तर अन्तर्वेशन सूत्र का निगमन कीजिये।

Derive the Newton's divided difference interpolation formula.

5. LU वियोजन विधि द्वारा समीकरण निकाय हल कीजिये।

Solve the system of equation by LU decomposition method.

$$5x - 2y + z = 4$$

$$7x + y - 5z = 8$$

$$3x + 7y + 4z = 10$$

अथवा / OR

2 और 4 क्रम के रूंग कुट्टा विधि द्वारा अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = y - x, \quad y(0) = 2 \text{ के लिये } y(0.1) \text{ और } y(0.2) \text{ का परिकलन}$$

कीजिये।

by the Rung-Kutta method of order 2 and 4 calculate $y(0.1)$ and

$$y(0.2) \text{ for the differential equation } \frac{dy}{dx} = y - x, \quad y(0) = 2.$$

(4)

20664

Paper - II

(Real and Complex Analysis)

खण्ड 'ब' (Section-B)

M.M. - 40

8X5=40

1. दिखाओ कि फलन $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ बिन्दु $(0, 0)$

पर संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है।

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ Show that the function}$$

$f(x, y)$ is continuous but not differentiable at $(0, 0)$.

अथवा / OR

माना कि $f: [a, b] \rightarrow R$ एक अंतराल $[a, b]$ पर परिबद्ध फलन है, तब सिद्ध करो कि $f \in R[a, b]$ यदि और केवल यदि प्रत्येक $\epsilon > 0$ के लिए $[a, b]$ का विभाजन p इस प्रकार है कि $U(p, f) - L(p, f) < \epsilon$.

Let $f: [a, b] \rightarrow R$ be a bounded function on $[a, b]$. then prove that $f \in R[a, b]$, if and only, If for every $\epsilon > 0$, there exists a partition P of $[a, b]$ such that $U(p, f) - L(p, f) < \epsilon$.

2. गामा फलन $\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$ की अभिसारिता की विवेचना कीजिए।

(5)

Discuss the convergence of Gamma function $\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$.

अथवा / OR

फलन $f(x) = x \cos x$ के लिए अंतराल $(-\pi, \pi)$ में फोरियर श्रेणी प्राप्त कीजिए।

Obtain fourier's series in the interval $(-\pi, \pi)$ for the fuction

$$f(x) = x \cos x.$$

3. माना कि (X, d) एक दूरीक समष्टि है, दिखाओ कि फलन $d' : X \times X \rightarrow R$, जो $d'(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ से परिभाषित है X पर एक परिवद्ध दूरीक है।
Let (X, d) be a metric space. Show that the function $d' : X \times X \rightarrow R$, defined by $d'(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ is bounded metric on X .

अथवा / OR

दूरीक समष्टि में निम्न को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

- (i) सीमा बिन्दु (ii) प्रथम एवं द्वितीय गणनीय समष्टि
(iii) सामीप्य

Define followings with example in metric space

- (i) Limit point (ii) First and second countable space
(iii) Nighbourhoods

4. माना कि (X, d) और (Y, ρ) दो दूरीक समष्टियां हैं, और $f : X \rightarrow Y$ एक फलन है तब सिद्ध कीजिए कि f सतत है यदि और केवल यदि $f^{-1}(G) \subset X$ में विवृत है जबकि G, Y में विवृत है।
Let (X, d) and (Y, ρ) be two metric spaces and $f : X \rightarrow Y$ be a function. then show that f is continuous iff $f^{-1}(G)$ is open in X whenever G is open in Y .

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि दूरीक समष्टि का संइतित उप समुच्चय संवृत एवं परिवद्ध होता है।

(6)

Prove that A compact subset of a metric space is closed and bounded.

5. विश्लेषक फलन $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ के लिए कॉशी-रीमान समीकरण प्राप्त कीजिए।

Obtain Cauchy-Riemann equations for analytic function

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y).$$

अथवा / OR

विश्लेषक फलन को परिभाषित कीजिए एवं मोबियस रूपांतरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दु $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$ से बिन्दुओं

$w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$ में प्रतिचित्रित है।

Define analytic function and find the mobius transformation which maps the points $z_1 = 2, z_2 = i, z_3 = -2$ into the points

$w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$

20665

Paper - III

(Statistical Methods)

खण्ड 'स' (Section-C)

M.M. - 40

8X5=40

1. निम्न बंटन की माध्यिका ज्ञात करो :
Find the median for the following distribution:

Wages in Rs	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of Workers	22	38	46	35	20

अथवा / OR

चर के मान 2 के परित एक बंटन के प्रथम तीन आघूर्ण 1.16 और -40 हैं। माध्य, प्रसरण और μ_3 ज्ञात करो। शून्य के परित: प्रथम तीन आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

The first three moments of a distribution about the value 2 of a

(7)

variable are 1, 16 and -40. Find the mean variance and μ_3 for the distribution. Also find the first moments about zero.

2. A किसी निशाने को पांच में से चार बार लगा सकता है, B चार में से तीन बार और C तीन में से दो बार। वे एक साथ निशाना लगाते हैं। बताओं कमसे कम दो व्यक्तियों द्वारा निशाना लगाये जाने की प्रायिकता क्या होगी। A can hit a target 4 times in 5 shots, B 3 times in 4 shots C twice in 3 shots. They fire a volley. What is the probability that two shots at least hit?

अथवा / OR

एक संदूक में a सफेद और b काली गेंदे हैं, c गेंदे खींची जाती हैं। दिखाओं

कि खींची गई सफेद गेंदों की प्रत्याशा $\frac{ca}{a+b}$ है।

A box contains a white and b black balls, c balls are drawn, show

that the expectation of the number of white balls drawn is $\frac{ca}{a+b}$.

3. दिखाओ कि द्विपद बंटन $(q+p)^n$ के लिए

$$\mu_{r+1} = pq \left(nr\mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right)$$

जहां μ_r माध्य के परिता r वीं आघूर्ण है।

Show that for the Binomial distribution $(q+p)^n$

$$\mu_{r+1} = pq \left(nr\mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right)$$

Where μ_r that is the r^{th} moment about the mean.

अथवा / OR

पॉयसन बंटन के लिए जिसका माध्य m है दिखाओं कि
The poisson distribution with mean m, show that ;

(8)

$$\mu_{r-1} = mr\mu_{r-1} + m \frac{d\mu_r}{dm} \text{ जहाँ (where) } \mu_r = \sum_{x=0}^{\infty} (x-m)^r \cdot \frac{e^{-m} m^x}{x!}.$$

4. लघुतम वर्ग की विधि को समझाइये।

Explain the method of least squares.

अथवा / OR

दिये गये डाटा से सह-संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the coefficient of correlation for the following data :

x :	10	14	18	22	26	30
y :	18	12	24	6	30	36

5. निम्न लिये गये 8 सेम्पलों का स्टूडेंट t परीक्षण ज्ञात करें

Find the student's t for following variable values in a sample of eight.

-4, -2, -2, 0, 2, 2, 3, 3

यूनीवर्स का माध्य शून्य लिया गया हो।

Taking the mean of the universe to be zero.

अथवा / OR

दो प्रासामान्य समष्टियों के लिये यादुच्छिक प्रतिदर्श निम्न है

Two random samples drawn from two normal populations are

Sample I : 20, 16, 26, 27, 23, 22, 18, 24, 25, 16

Sample II : 27, 33, 42, 35, 32, 37, 38, 28, 41, 43, 30, 37

समिष्ट के प्रसारणों को ज्ञात करो और परीक्षण करो कि दो समष्टियों के प्रसरण एक ही है।

Obtain the estimates of the variances of the population and test whether the two populations have the same variance.

http://www.mcbonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपरों को भेजें और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से