

18156808

AL-255

B. A./B. Sc. (First Year) Examination, 2018-19

(For Regular Students)

MATHEMATICS

Paper : Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न हल कीजिए। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt all questions of all three sections.
Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Objective Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

AL-255

PTO

Note : Attempt all questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) $ax(b \times c) + bx(c \times a) + cx(a \times b)$ का मान है—

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

Value of $ax(b \times c) + bx(c \times a) + cx(a \times b)$ is :

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

(ii) कथन $\int_s f \hat{n} dS = \int_v \text{div} f dv$ है—

- (a) स्टोक प्रमेय
 (b) गॉस की डाइवर्जेंस प्रमेय
 (c) ग्रीन प्रमेय
 (d) कोई नहीं

Statement $\int_s f \hat{n} dS = \int_v \text{div} f dv$ is :

- (a) Stoke's Theorem
 (b) Gauss's Divergence Theorem
 (c) Green Theorem
 (d) None of these
- (iii) शकव $9x^2 + 24xy + 16y - 2x + 14y + 1 = 0$ की
 नियता का समीकरण है—
- (a) $8x - 6y + 1 = 0$
 (b) $8x - 6y - 1 = 0$
 (c) $8x + 6y + 1 = 0$
 (d) $-8x - 6y + 1 = 0$

Equation of the Directrix of Conics

$$9x^2 + 24xy + 16y - 2x + 14y + 1 = 0.$$

(a) $8x - 6y + 1 = 0$

(b) $8x - 6y - 1 = 0$

(c) $8x + 6y + 1 = 0$

(d) $-8x - 6y + 1 = 0$

(iv) शंकु $2x^2 + y^2 - z^2 = 0$ का जनक रेखा है—

(a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$

(b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$

(c) $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

(d) $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$

The equational of Generator line of cone
 $2x^2 + y^2 - z^2 = 0$ is:

$$(a) \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

$$(b) \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$$

$$(c) \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$$

$$(d) \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

(v) एक दीर्घवृत्त का समीकरण होगा—

$$(a) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$$

$$(b) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$(c) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0$$

$$(d) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

The equation of Ellipsoid will be :

$$(a) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2cz$$

$$(b) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$(c) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0$$

$$(d) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

खण्ड-‘ब’

Section-‘B’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all five question. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

AL-255

इकाई-I

Unit-I

2. यदि $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ तो $\text{grad } r^n$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ then find the value $\text{grad } r^n$.

अथवा

Or

यदि $r = xi + yj + zk$ तो $\text{curl } r$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $r = xi + yj + zk$ then find the value of $\text{curl } r$.

इकाई-II

Unit-II

3. यदि

$$r(t) = 5t^2i + tj - t^3k \text{ तो } \int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt$$

का मान ज्ञात कीजिए।

If

$$r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$$

then find the value $\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt$.

अथवा

Or

$\int_c F \cdot dr$ का मान कीजिए जहाँ $F = (x^2 + y^2) i - 2xyj$

वक्र c , xy तल में एक आयत है जो $y=0$, $x=a$, $y=b$, $x=0$ से घिरा है।

Evaluate

$$\int_c F \cdot dr \text{ where } F = (x^2 + y^2) i - 2xyj$$

and c is a rectangle in xy plane which is closed

$$y=0, x=a, y=b, x=0.$$

इकाई-III

Unit-III

4. शांकव $21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x + 58y - 151 = 0$ का केन्द्र ज्ञात कीजिए तथा अक्षों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the coordinate of the centre and equation of axis of the conic

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x + 58y - 151 = 0.$$

अथवा

Or

AL-255

शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the polar equation of a Conic.

इकाई-IV

Unit-IV

5. उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिन्दु है, अक्ष OZ है तथा अर्द्ध शीर्ष कोण α है।

Find the equation of Right Circular cone which vertex is origin and semi verticle angle α axis of OZ .

अथवा

Or

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक सरल रेखा

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \text{ के सामान्तर हैं तथा वक्र}$$

$$x^2 + y^2 = 16, z = 0 \text{ से गुजरता है।}$$

Find the equation of cylinder whose generator line parallel to

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \text{ and curve passes through}$$

$$x^2 + y^2 = 16, z = 0.$$

6. वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जब समतल $lx + my + nz = p$ शंकवज
 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ का स्पर्श तल हो।

Find the condition of tangency when the plane tangent
 plane $lx + my + nz = p$ tangent plane of Central
 Conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

अथवा

Or

उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जो परवलय $53x^2 + 4y^2 = 8z$
 तथा समतल $7x + 2z = 5$ के प्रतिच्छेद से प्राप्त होती है।

Find the radius of circle which find Intersect with
 paraboloid $53x^2 + 4y^2 = 8z$ and plane $7x + 2z = 5$.

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-1

Unit-I

7. सिद्ध कीजिए कि—

$$\text{grad } (a \cdot b) = a \times \text{curl } b + b \times \text{curl } a + (a \cdot \nabla) b + (b \cdot \nabla) a$$

Prove that :

$$\text{grad } (a \cdot b) = a \times \text{curl } b + b \times \text{curl } a + (a \cdot \nabla) b + (b \cdot \nabla) a$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि चार बिन्दु $-a + 4b - 3c$, $3a + 2b - 5c$,

$-3a + 8b - 5c$ तथा $-3a + 2b + c$ समतलीय है।

Prove that four point

$$-a + 4b - 3c, \quad 3a + 2b - 5c,$$

$$-3a + 8b - 5c, \quad -3a + 2b + c$$

are coplaner.

इकाई-II

Unit-II

8. $F = 4xi - 2y^2j + z^2k$ फलन के लिए डाइवर्जेंस प्रमेय को सत्यापित कीजिए जहाँ क्षेत्र $x^2 + y^2 = 4, z = 0, z = 3$ से परिबद्ध है।

Verify Divergence theorem for $F = 4xi - 2y^2j + z^2k$ where area $x^2 + y^2 = 4, z = 0, z = 3$ is bounded.

अथवा

Or

फलन $F = (x^2 + y^2)i - 2xyj$ के लिए स्टॉक की प्रमेय को सत्यापित कीजिए जबकि समाकल C को $x = \pm a, y = 0, y = b$ से उस आयत के परितः लिया जाए।

Verify Stoke's theorem for $F = (x^2 + y^2) i - 2xy j$

where C is a bounded by a rectangle $x = \pm a$,
 $y = 0$, $y = b$.

इकाई-III

Unit-III

9. शांकव $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = z = 0$ का

अनुरेखण कीजिए।

Trace the conics $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि वह प्रतिबन्ध की सरल रेखा

$$\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta \quad \text{शांकव} \quad \frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$$

को स्पर्श कर सके, $(A - e)^2 + B^2 = 1$ है।

Prove that condition for tangency a line

$$\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta \quad \text{and} \quad \text{conic } \frac{l}{r} = 1 - \cos \theta$$

is a $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

इकाई-IV

Unit-IV

10. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (α, β, γ) हो

तथा आधार शंकव

$$f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0, \quad z = 0$$

To find the equation to the cone whose vertex is the point (α, β, γ) and base the conic

$$f(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0, \quad z = 0$$

अथवा

Or

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष $x = 2, y = -z$ है तथा जिसकी त्रिज्या 4 है, सिद्ध कीजिए कि समतल $z = 0$ से इसके खण्ड प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल 24π है।

Find the equation of the right circular cylinder whose axis is $x = 2y = -z$ and radius 4. Prove the area of cross-section of the cylinder by the plane $z = 0$ is 24π sq. units.

इकाई-V

Unit-V

11. अतिपरवलयज

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

के उस जनक रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, 3, -4)$

से होकर जाता है।

Find the equation of the generators line of the hyperboloid

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

which passes through the point $(2, 3, -4)$?

अथवा

Or

शांकवज $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2xz = 4$ के वास्तविक वृतीय
परिच्छेदों को ज्ञात कीजिए।

Find the Real Circular section of an Ellipsoid

$$3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2xz = 4.$$