

SM-414

**B. A. / B. Sc. (Second Year) Examination, 2023
(Non-NEP)**

(For Private/Fail/Suppl./Ex. Students)

MATHEMATICS

Paper : Third

(Differential Equation)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40 (Reg.) / 50 (Pvt.)

नियमित परीक्षार्थियों के लिए निर्देश—

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। खण्ड-अ से वस्तुनिष्ठ 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड-ब से लघु उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है। खण्ड-स से दीर्घ उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

For direction of regular students :

All questions are compulsory. Section-A Objective type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 1 mark. Section-B Short answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 2 marks. Section-C Long answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 5 marks.

स्वाध्यायी परीक्षार्थियों के लिए निर्देश—

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। खण्ड-अ से वस्तुनिष्ठ 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड-ब से लघु उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है। खण्ड-स से दीर्घ उत्तरीय 5 प्रश्न हल करना अनिवार्य है, प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

For direction of private students :

All question are compulsory. Section-A Objective type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 1 mark. Section-B Short answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 3 marks. Section-C Long answer type, attempt all the 5 questions are compulsory, each question carries 6 marks.

खण्ड-अ

Section-A

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) एक बिन्दु $x = a$ समीकरण

$$P_0(x) \frac{d^2y}{dx^2} + P_1(x) \frac{dy}{dx} + P_2(x)y = 0$$

का विचित्र बिन्दु कहा जाता है यदि—

- (a) $P_0(a) = 0$
 (b) $P_1(a) = 0$
 (c) $P_2(a) = 0$
 (d) इनमें से कोई नहीं

A point $x = a$ is called singular point of the equation :

$$P_0(x) \frac{d^2y}{dx^2} + P_1(x) \frac{dy}{dx} + P_2(x)y = 0$$

- (a) $P_0(a) = 0$
 (b) $P_1(a) = 0$
 (c) $P_2(a) = 0$
 (d) None of these

(ii) यदि $L\{F(t)\} = F(P)$ तब $\frac{d}{dP}F(P) =$

- (a) $-L\{t f(t)\}$
 (b) $L\{t f(t)\}$
 (c) 0
 (d) 1

If $L\{F(t)\} = F(P)$ then $\frac{d}{dP}F(P) =$

- (a) $-L\{t f(t)\}$
 (b) $L\{t f(t)\}$
 (c) 0
 (d) 1

(iii) यदि $L^{-1}\{F(P)\} = f(t)$ तब $L^{-1}\left\{\frac{F(P)}{P}\right\} =$

- (a) $(-1)^n t^n f(t)$

(b) $\int_0^t f(u) du$

(c) $f'(t)$

(d) $\frac{f(t)}{t}$

If $L^{-1}\{F(P)\} = f(t)$ then $L^{-1}\left\{\frac{F(P)}{P}\right\} =$

(a) $(-1)^n t^n f(t)$

(b) $\int_0^t f(u) du$

(c) $f'(t)$

(d) $\frac{f(t)}{t}$

- (iv) समीकरण
- $Pp + Qq = R$
- को हल करने के लिए सहायक समीकरण है—

(a) $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$

(b) $\frac{dx}{Q+R} = \frac{dy}{R+P} = \frac{dz}{P+Q}$

(c) $\frac{dx}{Q-R} = \frac{dy}{R-P} = \frac{dz}{P-Q}$

(d) इनमें से कोई नहीं

In order to find the solution of $Pp + Qq = R$, auxiliary equations are :

(a) $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$

(b) $\frac{dx}{Q+R} = \frac{dy}{R+P} = \frac{dz}{P+Q}$

(c) $\frac{dx}{Q-R} = \frac{dy}{R-P} = \frac{dz}{P-Q}$

(d) None of these

(v) समीकरण $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$ है—

- (a) दीर्घवृत्तीय
 (b) अतिपरवलयिक
 (c) परवलयिक
 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Equation $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$ is :

- (a) Elliptic $b^2 - ac$
 (b) Hyperbolic $1 - 1 \times 2$
 (c) Parabolic $-1 < 0$
 (d) None of these

खण्ड-ब

Section-B

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

इकाई-I

Unit-I

SM-414

(2) जब $x=0$ समीकरण

$$P_0(x) \frac{d^2 y}{dx^2} + P_1(x) \frac{dy}{dx} + P_2(x) y = 0$$

का एक नियमित विचित्र बिन्दु है और m_1 तथा m_2 इसके घातांक समीकरण के दो भिन्न मूल हैं जिनमें एक पूर्णांक का अंतर नहीं है तब इस समीकरण का पूर्ण हल क्या होगा?

When $x=0$ is regular singular point of the equation

$$P_0(x) \frac{d^2 y}{dx^2} + P_1(x) \frac{dy}{dx} + P_2(x) y = 0$$

and roots of the indicial equation m_1, m_2 are distinct differing by a quantity but not an integer, then what is complete solution of differential equation?

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \cos x$$

Prove that

$$L^{-1}(x) = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \cos x$$

इकाई-II

Unit-II

3. $e^{-t} \cos 2t$ का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए।

Find the Laplace transform of $e^{-t} \cos 2t$.

अथवा

Or

$L\{t^2 e^{2t}\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L\{t^2 e^{2t}\}$.

इकाई-III

Unit-III

4. $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p+a^2)^2}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p+a^2)^2}\right\}$.

अथवा

Or

$L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+2)^2}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L^{-1}\left\{\frac{1}{(P+2)^2}\right\}$.

इकाई-IV

Unit-IV

5. स्वेच्छ फलन f को विलोपित कर आंशिक अवकल समीकरण प्राप्त कीजिए—

$$z = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

[11]

Find the partial differential equation by elimination of arbitrary function f in $z = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

अथवा

Or

अवकल समीकरण $xzp + yzq = xy$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $xzp + yzq = xy$.

इकाई-V

Unit-V

6. आंशिक अवकल समीकरण $S = 2x + y$ को हल कीजिए।

Solve the partial differential equation $S = 2x + y$.

अथवा

Or

आंशिक अवकल समीकरण

$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (y-1)e^x$ का विशिष्ट समाकल

ज्ञात कीजिए।

Find particular integral of partial differential equation

SM-414

PTO

[12]

$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (y-1)e^x$

खण्ड-स

Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

इकाई-I

Unit-I

7. अवकल समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0$$

को घात श्रेणी विधि से हल कीजिए।

Solve the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0$$

by power series method.

अथवा

Or

SM-414

लेजान्दे बहुपद हेतु रोड्रिगेज सूत्र को लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।
State and prove Rodrigue's formula for Legendre's polynomials.

इकाई-II
Unit-II

8. $L\{t e^{-t} \sin^2 t\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L\{t e^{-t} \sin^2 t\}$.

अथवा
Or

दर्शाइये कि

$$L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{p}} e^{-\frac{1}{4p}}$$

Show that

$$L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{p}} e^{-\frac{1}{4p}}$$

इकाई-III
Unit-III

9. $L^{-1}\left\{\frac{p+1}{(p^2+2p+2)^2}\right\}$ को ज्ञात कीजिए।

Evaluate $L^{-1}\left\{\frac{p+1}{(p^2+2p+2)^2}\right\}$.

अथवा
Or

लाप्लास रूपांतरणों के प्रयोग से अवकल समीकरण

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = \cos 2t \quad \text{को हल कीजिए, जहाँ}$$

$$y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

Using Laplace transforms, solve differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = \cos 2t, \text{ if } y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

[15]

इकाई-IV

Unit-IV

10. आंशिक अवकल समीकरण

$$(x^2 - yz)p + (y^2 - zx)q = z^2 - xy \text{ को हल कीजिए।}$$

Solve the partial differential equation

$$(x^2 - yz)p + (y^2 - zx)q = z^2 - xy$$

अथवा

Or

चारपिट विधि से आंशिक अवकल समीकरण $px + qy = pq$ को हल कीजिए।

Solve the partial differential equation $px + qy = pq$ by using Charpit's method.

इकाई-V

Unit-V

11. आंशिक अवकल समीकरण

$$(D^2 - 5DD' + 4D'^2)z = \sin(4x + y)$$

को हल कीजिए।

[16]

Solve the partial differential equation

$$(D^2 - 5DD' + 4D'^2)z = \sin(4x + y)$$

अथवा

Or

आंशिक अवकल समीकरण

$$(D - D' - 1)(D - D' - 2)z = e^{2x-y}$$

को हल कीजिए।

Solve the partial differential equation

$$(D - D' - 1)(D - D' - 2)z = e^{2x-y}$$

<https://www.mcbonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

SM-414

PTO

2200]

SM-414

<https://www.mcbonline.com>

<https://www.mcbonline.com>