

**RS-526-A**

**B. A./B. Sc. (Third Year) Examination, 2020-21**

**MATHEMATICS**

*Paper : Third (Optional)*

**(Discrete Mathematics)**

*Maximum Marks : 40*

**नोट :** सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिये। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

**Note:** Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

**खण्ड-अ**

**Section-A**

**( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )**

**5×1=5**

**(Objective Type Questions)**

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

**Note:** Attempt all the questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i)  $n$  चरों में कम से कम बूलीय फलनों की संख्या है—

(a)  $2^n$

(b)  $n^2$

(c) 1

(d) 0

The number of minimal Boolean functions in  $n$  variables is :

(a)  $2^n$

(b)  $n^2$

(c) 1

(d) 0

(ii) प्रत्येक परिमित जालक में होता है—

(a) सबसे छोटा अवयव

(b) सबसे बड़ा अवयव

(c) सबसे छोटा एवं सबसे बड़ा अवयव

(d) कह नहीं सकते

Every finite lattice has :

(a) least element

(b) greatest element

(c) least and greatest element

(d) can't say

(iii) किसी ग्राफ में विषम घात के शीर्षों की संख्या हमेशा होती है—

(a) विषम

(b) सम

(c) अभाज्य

(d) कोई नहीं

The number of vertices of odd degree in a graph is always :

(a) Odd

(b) Even

(c) Prime

(d) None

(iv) प्रत्येक जुड़े हुए ग्राफ में कम से कम होता है—

(a) एक स्पानिंग ट्री

(b) दो स्पानिंग ट्री

(c) तीन स्पानिंग ट्री

(d) कोई स्पानिंग ट्री नहीं

Every connected graph has at least :

- (a) One spanning tree
  - (b) Two spanning tree
  - (c) Three spanning tree
  - (d) No spanning tree
- (v) यदि कोई ग्राफ  $n$  शीर्षों से जुड़ा है तो आपतित आव्यूह की जाति होगी—
- (a)  $n-1$
  - (b)  $n$
  - (c)  $n+1$
  - (d)  $n+2$

If a graph  $G$  is connected with  $n$  vertices then the rank of incidence matrix is :

- (a)  $n-1$
- (b)  $n$
- (c)  $n+1$
- (d)  $n+2$

### खण्ड-ब

### Section-B

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

**नोट :** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

**Note:** Attempt all **five** questions. **One** question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

### इकाई-I

### Unit-I

2. तीन चरों में पूर्ण वियोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए और दिखाइए कि इसका मान 1 है।

Find the complete disjunctive normal form in three variables and show that its value is 1.

अथवा

Or

किसी समुच्चय के विभाजन को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Define Partition of a set with example.

### इकाई-II

#### Unit-II

3. माना  $S$  एक अरिक्त समुच्चय है तथा  $P(S)$  उसका पावर समुच्चय है तो दर्शाइए कि  $(P(S), \subseteq)$  एक जालक है।

Let  $S$  be a non empty set and  $P(S)$  be its power set then show that  $(P(S), \subseteq)$  is a lattice.

अथवा

Or

जालकों के लिए द्वैतता के सिद्धान्त एवं द्वैत कथन को समझाइए।

Explain principle of duality and dual statement.

### इकाई-III

#### Unit-III

4. सरल ग्राफ, परिमित ग्राफ एवं अपरिमित ग्राफ को ग्राफ द्वारा परिभाषित कीजिए।

Define simple graph, finite graph and infinite graph with graph.

अथवा

Or

पाथ एवं सर्किट को उदाहरण सहित समझाइए।

Explain Path and Circuit with example.

### इकाई-IV

#### Unit-IV

5. सिद्ध कीजिए कि एक वृक्ष  $T$  के शीर्षों के प्रत्येक जोड़े के बीच एक और केवल एक पाथ होता है।

Prove that there is one and only one path between each pair of vertices of a tree  $T$ .

अथवा

Or

मिनिमल स्पानिंग ट्री को परिभाषित कीजिए एवं इसके लिए क्रुसकल अल्गोरिथम के चरणों को लिखिए।

Define minimal spanning tree and write the steps of Kruskal's algorithm for it.

### इकाई-V

#### Unit-V

6. कुराटवास्की के प्रथम एवं द्वितीय ग्राफ को परिभाषित कीजिए।

Define Kuratowski's first and second graph.

अथवा

Or

निम्न आव्यूह के लिए ग्राफ बनाइए।

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Draw the graph by the following adjacency matrix.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

खण्ड-स

Section-C

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

**नोट :** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

**Note:** Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. बूल के विस्तार प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Boole's expansion theorem.

अथवा

Or

यदि किसी समुच्चय में  $R$  एक तुल्यता सम्बन्ध है तो  $R^{-1}$  भी समुच्चय  $A$  में तुल्यता सम्बन्ध होगा। सिद्ध कीजिए।

If  $R$  is an equivalence relation in the set  $A$  then  $R^{-1}$  is also an equivalence relation in the set  $A$ . Prove it.

## इकाई-II

### Unit-II

8. माना एक जालक  $(L, \leq)$  के द्वारा परिभाषित बीजीय तन्त्र  $(L, \vee, \wedge)$  है, तो  $a, b, c \in L$  के लिए सिद्ध कीजिए।

(i)  $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$

(ii)  $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

Let a lattice  $(L, \leq)$  by defined algebraic system  $(L, \vee, \wedge)$  then  $a, b, c \in L$  prove that :

(i)  $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$

(ii)  $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

अथवा

Or

दर्शाइए कि प्रत्येक वितरण जालक माड्यूलर होता है।

Show that every distributive lattice is modular.

## इकाई-III

### Unit-III

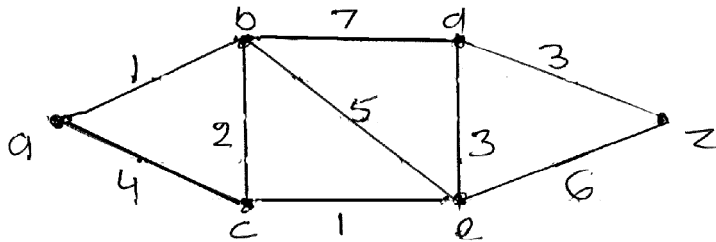
9. दर्शाइए कि  $n$  शीर्षों वाले एक सरल ग्राफ में कोरों की अधिकतम संख्या  $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$  होती है।

Prove that the number of edges in a simple graph with  $n$  vertices is  $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ .

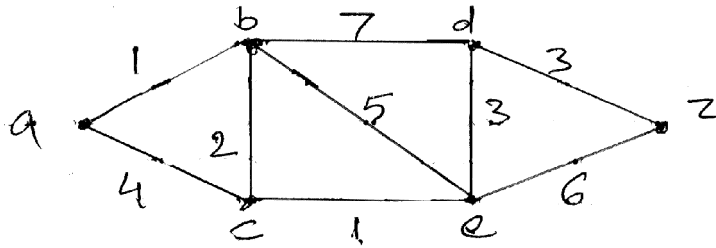
अथवा

Or

चित्र में दिखाए ग्राफ में बिन्दु  $a$  से  $z$  तक का न्यूनतम पथ ज्ञात कीजिए जहाँ कोरों पर दिखाई संख्या उनके भार को प्रदर्शित करती है।



Find the shortest path from  $a$  to  $z$  in the graph shown in figure. Where number associated with the edges are the weights?



इकाई-IV

Unit-IV

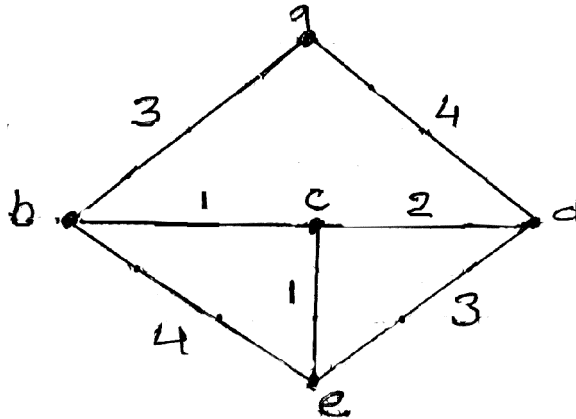
10. सिद्ध कीजिए कि  $n$  शीर्षों वाले वृक्ष में  $(n-1)$  कोरें होती हैं।

Prove that a tree with  $n$  vertices has  $(n-1)$  edges.

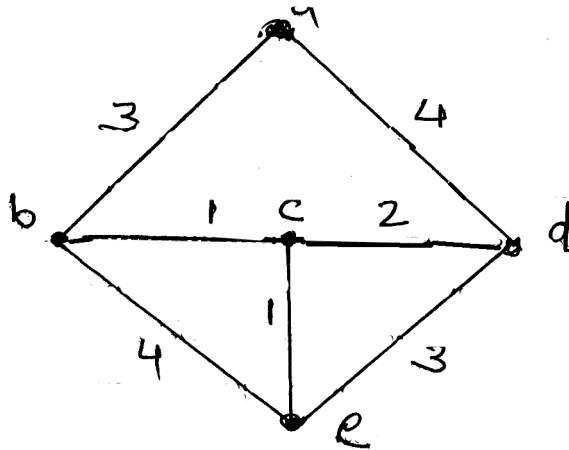
अथवा

Or

क्रुसकेल अल्गोरिथम का प्रयोग कर निम्न ग्राफ के लिए न्यूनतम वृक्ष ज्ञात कीजिए।



Find a minimal spanning tree for the following graph by Kruskal's algorithm.



**इकाई-V**  
**Unit-V**

11. आयलर के सूत्र को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Euler's formula.

**अथवा**  
**Or**

कुरातोवस्की के द्विग्राफ को चित्र सहित समझाइए।

Explain Kuratowski's two graphs with figure.