

**B. A. / B. Sc. (Third Year) Examination, 2020****(Regular/Private/Suppl.)****MATHEMATICS****नोट :** प्रत्येक खण्ड को पृथक्-पृथक् उत्तर-पुस्तिका में लिखना अनिवार्य है।**Note:** Each section is compulsorily to write on separate answer sheet.**NXB-523-S****खण्ड-‘अ’ प्रश्न-पत्र : प्रथम / Section-‘A’ Paper : First****LINEAR ALGEBRA and NUMERICAL ANALYSIS****Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)****नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।**Note:** Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. विस्तार प्रमेय का कथन तथा प्रमाण लिखिये।

State and prove Extension theorem.

2. रैखिक संकारक  $T$  के भिन्न-भिन्न आइगेन मानों के संगत भिन्न-भिन्न आइगेन सदिशों का समुच्चय रैखिकतः स्वतन्त्र होता है।

Show that distinct non zero eigen vector of  $T$  corresponding to distinct eigen value of linear operator  $T$  are linearly independent.

3. दर्शाइये कि एक वास्तविक या सम्मिश्र परिमित विमीय सदिश समष्टि पर हम सदैव एक आन्तर गुणन परिभाषित कर सकते हैं।

Show that we can always define an inner product on a finite dimensional vector space over real or complex.

4. सिम्पसन के 1/3 नियम से  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  का मान ज्ञात कीजिए। अतः  $\log_e 2$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

To find the value of  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  by Simpson's 1/3 rule. Hence obtain approximate value of  $\log_e 2$ ?

5. रूंगे कूट्टा विधि के प्रयोग से  $y$  का सन्निकट कीजिए जब  $x = 0.1$  दिया गया है

$$y = 1 \text{ जब } x = 0 \text{ तथा } \frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

Use Runge Kutta method to approximate the value of  $y$  when  $x = 0.1$  given that

$$y = 1 \text{ when } x = 0 \text{ and } \frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

**NXB-524-S****खण्ड-‘ब’ प्रश्न-पत्र : द्वितीय / Section-‘B’ Paper : Second****REAL and COMPLEX ANALYSIS****Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)****नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।**Note:** Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. सिद्ध करें कि फलन  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ ,  $(0, 0)$  पर अवकलनीय नहीं है किन्तु  $\frac{\partial f}{\partial x}$  तथा  $\frac{\partial f}{\partial y}$  दोनों  $(0, 0)$  पर विद्यमान हैं।

Prove that  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$  is not differentiable at  $(0, 0)$  but  $\frac{\partial f}{\partial x}$  and  $\frac{\partial f}{\partial y}$  both exist at  $(0, 0)$ .

2. अन्तराल  $-\pi < x < \pi$  में फलन  $f(x) = e^{-x}$  को प्रदर्शित करने वाली फूरियर श्रेणी ज्ञात करें।

Find the Fourier series of the function  $f(x) = e^{-x}$  in the interval  $-\pi < x < \pi$ .

3. सिद्ध करें कि किसी दूरीक समष्टि में प्रत्येक संवृत गोलक एक संवृत समुच्चय होता है।

In a metric space every closed sphere is a closed set.

4. माना  $(X, d)$  एक दूरीक समष्टि है तथा  $\{A_\alpha : \alpha \in A\}$ ,  $X$  में संबद्ध समुच्चयों का परिवार इस प्रकार है कि  $\bigcap_{\alpha \in A} A_\alpha = \phi$  तब  $\bigcup_{\alpha \in A} A_\alpha$  संबद्ध है।

Let  $(X, d)$  be a metric space and let  $\{A_\alpha : \alpha \in A\}$  be a family of connected sets in  $X$  such that  $\bigcap_{\alpha \in A} A_\alpha = \phi$  then  $\bigcup_{\alpha \in A} A_\alpha$  is connected.

5. यदि  $f(z) = u + iv$  एक विश्लेषिक फलन है तथा  $z = re^{i\theta}$ , जहाँ  $u, v, r, \theta$  सभी वास्तविक हैं दर्शाइए कि कौशी रिमान समीकरण  $\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$

If  $f(z) = u + iv$  is an analytic function and  $z = re^{i\theta}$  where  $u, v, r, \theta$  are real, show that the Cauchy Riemann equation are  $\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$

## NXB-525-S

**खण्ड-‘स’ प्रश्न-पत्र : तृतीय (वैकल्पिक) / Section-‘C’ Paper : Third (Optional)**

### STATISTICAL METHOD

**Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)**

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note:** Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. निम्न सारणी के लिए मानक विचलन एवं प्रसरण-गुणांक ज्ञात कीजिए—

वर्ग	:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
आवृत्ति	:	5	10	20	40	30	20	10	5

Calculate the S. D. and coefficient variation (C. V.) for the following table :

Class	:	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	:	5	10	20	40	30	20	10	5

2. यदि  $E_1$  एवं  $E_2$  कोई दो घटनाएँ हैं, तब सिद्ध दीजिए कि —

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

If  $E_1$  and  $E_2$  are any two events, then prove that :

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

3. चर घातांकी बंटन को उसके गुण एवं उपयोगों सहित समझाइये।

Explain exponential distribution with its properties and uses.

4. सिद्ध कीजिए कि कार्ल-पियर्सन का सह-सम्बन्ध गुणांक  $\gamma$  का मान  $-1$  और  $+1$  के मध्य होता है।

Prove that the Karl Pearson's coefficient of correlation  $\gamma$  lies between  $-1$  and  $+1$ .

5. पाँच पांसों को 96 बार फेंका गया तो संख्यायें 4, 5 या 6 निम्नानुसार फेंके गये—

4, 5 या 6 फेंकने वाले :	5	4	3	2	1	0
पांसो की संख्या $f_0$ :	7	19	35	24	8	3

$\chi^2$  की गणना कीजिए।

5 dice were thrown 96 times and the numbers 4, 5 or 6 were thrown as given below :

No. of dice showing 4, 5 or 6 :	5	4	3	2	1	0
Frequency $f_0$ :	7	19	35	24	8	3

Calculate  $\chi^2$ .

## NXB-526-A-S

*खण्ड-‘स’ प्रश्न-पत्र : तृतीय (वैकल्पिक) / Section-‘C’ Paper : Third (Optional)*

### DISCRETE MATHEMATICS

*Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)*

*नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

*Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks.*

1. वृक्ष को समझाइए एवं तीन चरों  $x, y, z$  में कोटि 3 के वृक्ष जाल का निर्माण कीजिए।

Explain tree and draw a tree net of order 3 in three variables  $x, y, z$ .

2. सिद्ध कीजिए कि एक परिमित अरिक्त पोसेट  $(P, \leq)$  में कम-से-कम एक अधिकतम एवं एक न्यूनतम अवयव होता है।

Prove that a finite non-empty Poset  $(P, \leq)$  has at least one maximal element and one minimal element.

3. दर्शाइए कि किसी ग्राफ में विषम घात के शीर्षों की संख्या हमेशा सम होती है।

Show that the number of vertices of odd degree in a graph is always even.

4. सिद्ध कीजिए कि  $n$  शीर्षों,  $(n-1)$  कोरों एवं बिना परिपथ वाला ग्राफ संबद्ध होता है।

Prove that a graph with  $n$  vertices  $(n-1)$  edges and no circuit is connected.

5. आयलर के सूत्र को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Euler's formula.

अथवा / Or

## NXB-526-B-S

खण्ड-‘ब’ प्रश्न-पत्र : तृतीय (वैकल्पिक) / Section-‘B’ Paper : Third (Optional)

### FINANCIAL MATHEMATICS

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. निम्न का वर्णन कीजिए—

- (i) वित्तीय प्रबन्धन के क्षेत्र
- (ii) जोखिम एवं जुए में अन्तर

Explain followings :

- (i) Scopes of Financial Management
- (ii) Difference between Risk and Gambling

2. डबलिंग नियम को व्युत्पन्न कीजिए, अर्थात् यदि आप खाते में ऐसी राशि डालते हैं जो  $r$  ब्याज दर पर दी जाती है जो वार्षिक रूप से चक्रवृद्धि होती है। आपके धन को दोगुना करने के लिए कितने वर्षों का समय लगता है।

Drive the double Rule i.e. If you put funds into an account that pay interest at rate  $r$  compounded annually. How many years does it take for your funds to double.

3. न्यूटन-रेफसन विधि से वापसी की आन्तरिक दर की गणना कैसे की जाती है? उदाहरण सहित समझाइए।

How to calculate Internal rate of return with using Newton-Raphson method? Explain with examples.

4. जोखिम के प्रकारों को विस्तार से समझाइये।

Explain different types of Risk in details.

5. निम्न को समझाइये—

- (i) कॉल एवं पुट समानता प्रमेय
- (ii) वित्तीय यौगिकों के उद्देश्य

Explain followings :

- (i) Call and put parity theorem
- (ii) Purpose of financial derivatives

अथवा / Or

## NXB-526-C-S

खण्ड-‘स’ प्रश्न-पत्र : तृतीय (वैकल्पिक) / Section-‘C’ Paper : Third (Optional)

### MECHANICS

Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. चिकने खोखले गोले में एक छड़ रखी है जहाँ छड़ का गुरुत्व केन्द्र इसे  $a$  तथा  $b$  भागों में बाँटता है। साम्य-अवस्था में यदि छड़ का क्षैतिज से झुकाव  $\theta$  हो तथा छड़ द्वारा केन्द्र पर बनाया गया कोण  $2\alpha$  हो तो सिद्ध कीजिए कि  $\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$

A beam whose centre of gravity divides it into two portions  $a$  and  $b$  is placed inside a smooth hollow sphere. Show that if  $\theta$  be the inclination of the rod to the horizon in the position of equilibrium and  $2\alpha$  be the angle subtended by it at the centre of the sphere  $\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$ .

2. दो बल  $P$  तथा  $Q$  क्रमशः सरल रेखाओं  $y = x \tan \alpha$ ,  $z = c$  तथा  $y = -x \tan \alpha$ ,  $z = -c$  पर क्रिया करते हैं दिखाइये कि इनका केन्द्रीय अक्ष सरल रेखा  $y = x \frac{P-Q}{P+Q} \tan \alpha$  होगी।

Two forces  $P$  and  $Q$  act along the straight line whose equations are  $y = x \tan \alpha$ ,  $z = c$  and  $y = -x \tan \alpha$ ,  $z = -c$  respectively. Show that their central axis lies on the straight line  $y = x \frac{P-Q}{P+Q} \tan \alpha$ .

3. एक हल्की प्रत्यास्थ डोरी के एक सिरे पर एक भार इस प्रकार लटकाया जाता है कि जब यह विश्राम अवस्था में है तब डोरी का तनाव  $l$  सेमी० हो। सिद्ध कीजिये कि यदि इसे विश्राम अवस्था से थोड़ा नीचे खींचकर छोड़ दिया जाये तब इसकी गति का आवर्त काल  $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  होगा।

A mass is suspended to the end of a light vertical spring and when at rest it stretches the spring  $l$  c.m. show that if slightly displaced from the position of equilibrium and let go it will vibrate with a periodic time equal  $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .

4.  $m$  द्रव्यमान का एक छोटा छल्ला एक चिकने वृत्ताकार तार पर गति करता है। इस पर केन्द्र से  $b$  दूरी पर वृत्त के अन्दर स्थिति एक केन्द्रीय आकर्षण  $\frac{mk}{(\text{दूरी})^2}$  बल क्रिया कर रहा है। दर्शाइये कि छल्ला वृत्त की पूरी परिक्रमा कर सके इसके लिये बल केन्द्र से निकटतम तार के बिन्दु चर वेग  $\sqrt{\frac{4\mu b}{a^2 - b^2}}$  से कम नहीं होना चाहिए जहाँ वृत्त की त्रिज्या  $a$  है।

A small bead of mass  $m$  moves on a smooth circular wire being acted upon by a central attraction  $\frac{mk}{(\text{distance})^2}$  a point within the circle situated at a distance  $b$  from centre. Show that in order that the bead may move completely round the circle. its velocity at the point of the wire nearest the centre of force must not be less than  $\sqrt{\frac{4\mu b}{a^2 - b^2}}$  where  $a$  is the radius of circle.

5. कार्तीय निर्देशांकों के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात करो।

To find acceleration of a particle in terms of Cartesian coordinates.

अथवा / Or

**NXB-526-D-S**

खण्ड-‘स’ प्रश्न-पत्र : तृतीय (वैकल्पिक) / Section-‘C’ Paper : Third (Optional)

**MATHEMATICAL MODELLING**

**Maximum Marks : 40 (Regular) / 50 (Private)**

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt all questions. All questions carry equal marks.

1. एक निकाय जिसका प्रारम्भ में तापमान  $T$ ,  $300^\circ\text{C}$  है, एक बड़े बर्फ के खण्ड में रखा गया है। निकाय का तापमान 2 और 3 मिनट के अन्त पर प्राप्त कीजिए।

A body which temperature  $T$  is initially  $300^\circ\text{C}$  is placed in a large block of ice. Find its temperature at the end of 2 and 3 minutes.

2. निम्नलिखित युद्ध मॉडल को हल कीजिए—

$$\frac{dR}{dt} = -a_1 B, \quad \frac{dB}{dt} = -a_2 R$$

$$R(0) = r_0 \text{ और } B(0) = b_0.$$

Solve the following battle model

$$\frac{dR}{dt} = -a_1 B, \quad \frac{dB}{dt} = -a_2 R$$

$$\text{with } R(0) = r_0 \text{ and } B(0) = b_0.$$

3. अवकल समीकरण  $x'' + 8x' + 36x = 24 \cos 6t$ , जहाँ  $x' = \frac{dx}{dt}$  को हल कीजिए तथा जैसे  $t$  अनन्त की तरफ बढ़ता है, इसके हल के व्यवहार की चर्चा कीजिए।

Solve the differential equation  $x'' + 8x' + 36x = 24 \cos 6t$ , where  $x' = \frac{dx}{dt}$  and discuss the behaviour of the solution as  $t$  approaches infinity.

4. निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए तथा परिणाम के व्यवहार के विषय में चर्चा कीजिए जब  $t \rightarrow \infty$ .

$$x_{t+2} - 2x_{t+1} + 2x_t = 0$$

Solve the following difference equation and discuss the behaviour of its solution as  $t \rightarrow \infty$ .

$$x_{t+2} - 2x_{t+1} + 2x_t = 0$$

5. निम्नलिखित आव्यूह के लिये भारित निर्देशित ग्राफ की रचना कीजिए।

$$\begin{matrix} & a & b & c \\ a & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ b & \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ c & \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

For the following matrix draw the weighted directed graph :

$$\begin{matrix} & a & b & c \\ a & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ b & \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ c & \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \end{matrix}$$