

## **XB-610-S**

**B. Sc./B. A. (First Year) Suppl. Examination, 2020-21**

**(For Private Students)**

**MATHEMATICS**

*Paper : Second*

**(Calculus & Differentiating Equation)**

*Maximum Marks : 50*

**नोट :** सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिये। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

*Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.*

**खण्ड-‘अ’**

**Section-‘A’**

**( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )**

**5×2=10**

**(Objective Type Questions)**

**नोट :** निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

*Note : Attempt all the following questions. Each question carries 2 marks.*

**1.** सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) यदि  $y = e^{3x}$  तो  $y_n$  का मान है :

If  $y = e^{3x}$ , then the value of  $y_n$  is :

(a)  $3^n$

(b)  $e^{3x}$

(c)  $3^n e^{3x}$

(d)  $e^{3nx}$

(ii) उस वृत्त की वक्रता जिसकी त्रिज्या  $r$  है :

The curvature of circle of radius  $r$  is :

(a) 0

(b)  $r$

(c)  $\frac{1}{r}$

(d)  $2r$

(iii)  $\int \cosh x \, dx$  का मान है :

The value of  $\int \cosh x \, dx$  is :

(a)  $\sinh x$

(b)  $\cosh x$

(c)  $-\sinh x$

(d)  $-\cosh x$

(iv) अवकल समीकरण  $y = px + \log p$  का हल है :

Solution of the differential equation  $y = px + \log p$  is :

(a)  $y = cx + \log c$

(b)  $y = c + e^x$

(c)  $y = \log cx$

(d)  $y = cx$

(v) अवकल समीकरण  $(D^3 + 2D^2 + D)y = 0$  का हल है :

The solution of  $(D^3 + 2D^2 + D)y = 0$  is :

(a)  $c_1 + (c_2 + c_3x)e^{-x}$

(b)  $(c_1 + c_2x + c_3x^2)e^{-x}$

(c)  $(c_1 + c_2x)e^{-x} + c_3$

(d)  $e^x$

खण्ड-‘ब’

Section-‘B’

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

**नोट** : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

**Note** : Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 3 marks.

2. यदि  $y = e^{ax} \sin bx$ , तब सिद्ध कीजिये कि :

$$y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$$

If  $y = e^{ax} \sin bx$ , then prove that

$$y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$$

अथवा

Or

वक्र  $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$  की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Find the asymptotes of the curve  $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ .

3. दर्शाइये कि वक्र  $y = e^x$  सर्वत्र उपरिमुख अवतल है।

Show that the curve  $y = e^x$  is concave upward everywhere.

अथवा

Or

वक्र  $y = x^3$  का नतिपरिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिये।

Find the point of inflexion of the curve  $y = x^3$ .

4.  $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$  का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of  $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$ .

अथवा

Or

वक्र  $ay^2 = x^3$  की लंबाई शीर्ष से बिन्दु  $(a, a)$  तक ज्ञात कीजिये।

Find the Length of the curve  $ay^2 = x^3$  from vertex to  $(a, a)$ .

5. समीकरण  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$  को हल कीजिये।

Solve the equation  $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$ .

अथवा

Or

समीकरण  $2x^2 dx - 2y dy = 0$  को हल कीजिये।

Solve the equation  $2x^2 dx - 2y dy = 0$ .

6. हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + y = 0$$

Solve

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + y = 0$$

अथवा

Or

हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

Solve

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

खण्ड-‘स’

Section-‘C’

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

**Note :** Attempt all the questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

7. यदि  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , तब सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

If  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , then prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

अथवा

Or

टेलर प्रमेय से फलन  $e^x$  का विस्तार  $(x-1)$  की घातों में कीजिये।

Expand  $e^x$  in power of  $(x-1)$  by Taylor's theorem.

8. सिद्ध कीजिये कि किसी बिन्दु  $t$  पर दिये गये वक्र  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  की वक्रता त्रिज्या  $\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$  है।

Prove that the radius of curvature at any point  $t$  of the curve  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  is

$$\rho = 4a \cos \frac{t}{2}.$$

अथवा

Or

वक्र  $y = x^3$  का अनुरेखण कीजिये।

Trace the curve  $y = x^3$ .

9. मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

Find the value of

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

अथवा

Or

$\int \sin^m x \cos^n x dx$  का समाकलन सूत्र ज्ञात कीजिये।

Find the Reduction formula for  $\int \sin^m x \cos^n x dx$

10. हल कीजिये

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

Solve

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

अथवा

Or

हल कीजिये

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

Solve

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

11. हल कीजिये

$$(D^2 + D + 1)y = \sin^2 x$$

Solve

$$(D^2 + D + 1)y = \sin^2 x$$

अथवा

**Or**

प्राचल-विचरण की किसी से अवकल समीकरण  $(D^2 + a^2)y = \sec ax$  को हल कीजिये।

Solve by method of Variation of parameter  $(D^2 + a^2)y = \sec ax$ .