

XB-610-S

B. Sc./B. A. (First Year) Suppl. Examination, 2020-21

(For Private Students)

MATHEMATICS

Paper : Second

(Calculus & Differentiating Equation)

Maximum Marks : 50

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिये। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×2=10

(Objective Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all the following questions. Each question carries 2 marks.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) यदि $y = e^{3x}$ तो y_n का मान है :

If $y = e^{3x}$, then the value of y_n is :

(a) 3^n

(b) e^{3x}

(c) $3^n e^{3x}$

(d) e^{3nx}

(ii) उस वृत्त की वक्रता जिसकी त्रिज्या r है :

The curvature of circle of radius r is :

(a) 0

(b) r

(c) $\frac{1}{r}$

(d) $2r$

(iii) $\int \cosh x \, dx$ का मान है :

The value of $\int \cosh x \, dx$ is :

(a) $\sinh x$

(b) $\cosh x$

(c) $-\sinh x$

(d) $-\cosh x$

(iv) अवकल समीकरण $y = px + \log p$ का हल है :

Solution of the differential equation $y = px + \log p$ is :

(a) $y = cx + \log c$

(b) $y = c + e^x$

(c) $y = \log cx$

(d) $y = cx$

(v) अवकल समीकरण $(D^3 + 2D^2 + D)y = 0$ का हल है :

The solution of $(D^3 + 2D^2 + D)y = 0$ is :

(a) $c_1 + (c_2 + c_3x)e^{-x}$

(b) $(c_1 + c_2x + c_3x^2)e^{-x}$

(c) $(c_1 + c_2x)e^{-x} + c_3$

(d) e^x

खण्ड-‘ब’

Section-‘B’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note : Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 3 marks.

2. यदि $y = e^{ax} \sin bx$, तब सिद्ध कीजिये कि :

$$y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$$

If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that

$$y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$$

अथवा

Or

वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ की अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Find the asymptotes of the curve $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$.

3. दर्शाइये कि वक्र $y = e^x$ सर्वत्र उपरिमुख अवतल है।

Show that the curve $y = e^x$ is concave upward everywhere.

अथवा

Or

वक्र $y = x^3$ का नतिपरिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिये।

Find the point of inflexion of the curve $y = x^3$.

4. $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$ का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$.

अथवा

Or

वक्र $ay^2 = x^3$ की लंबाई शीर्ष से बिन्दु (a, a) तक ज्ञात कीजिये।

Find the Length of the curve $ay^2 = x^3$ from vertex to (a, a) .

5. समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$ को हल कीजिये।

Solve the equation $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$.

अथवा

Or

समीकरण $2x^2 dx - 2y dy = 0$ को हल कीजिये।

Solve the equation $2x^2 dx - 2y dy = 0$.

6. हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + y = 0$$

Solve

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + y = 0$$

अथवा

Or

हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

Solve

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

खण्ड-‘स’

Section-‘C’

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Attempt all the questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

7. यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, तब सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, then prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

अथवा

Or

टेलर प्रमेय से फलन e^x का विस्तार $(x-1)$ की घातों में कीजिये।

Expand e^x in power of $(x-1)$ by Taylor's theorem.

8. सिद्ध कीजिये कि किसी बिन्दु t पर दिये गये वक्र $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ की वक्रता त्रिज्या $\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$ है।

Prove that the radius of curvature at any point t of the curve $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ is

$$\rho = 4a \cos \frac{t}{2}.$$

अथवा

Or

वक्र $y = x^3$ का अनुरेखण कीजिये।

Trace the curve $y = x^3$.

9. मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

Find the value of

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

अथवा

Or

$\int \sin^m x \cos^n x dx$ का समाकलन सूत्र ज्ञात कीजिये।

Find the Reduction formula for $\int \sin^m x \cos^n x dx$

10. हल कीजिये

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

Solve

$$x dx + y dy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

अथवा

Or

हल कीजिये

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

Solve

$$x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

11. हल कीजिये

$$(D^2 + D + 1)y = \sin^2 x$$

Solve

$$(D^2 + D + 1)y = \sin^2 x$$

अथवा

Or

प्राचल-विचरण की किसी से अवकल समीकरण $(D^2 + a^2)y = \sec ax$ को हल कीजिये।

Solve by method of Variation of parameter $(D^2 + a^2)y = \sec ax$.